Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 5, pp. 175–188. Pergamon Press 1962. Printed in Great Britain

VERFAHRENSTECHNISCH GÜNSTIGERE FÜHRUNG DER MITTEL DER WÄRMEÜBERTRAGUNG BEIM VERDAMPFEN UND KONDENSIEREN

ROMANO GREGORIG

Technische Fakultät der Universität Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasilien

(*Received* 2 *October* 1961)

Zusammenfassung—An thermischen Anlagen mit mehreren Fluten oder Einheiten, wobei das Arbeitsmittel Wärme durch Verdampfung erhält oder durch Kondensation abgibt, wird bewiesen, dass der verfahrenstechnische Irreversibilitätsgrad der Wärmeübertragung verringert werden kann, indem das Kühlmittel oder Heizmittel, ohne Änderung des Aggregatzustandes, die entsprechenden Apparate, anstatt parallel, in Serie durchströmt. Weiterhin wird noch die günstigste Verteilung der wärmeübertragenden Oberfläche auf die gleichartigen Apparate abgeleitet. Bei all den Rechnungen wird die Summe der wärmeübertragenden Oberflächen, wie auch die der zur erzwungenen Konvektion aufzuwendenden Leistungen konstant gehalten. Der Vorteil der vorgeschlagenen Serieschaltung kann mit namhaften Erhöhung des Wirkungsgrades an Dampfturbinen-, Wärmepumpen- und Kälteanlagen angewendet werden.

Die Wärmeübertragung ist bekanntlich ein irreversibler Vorgang, der den thermischen Wirkungsgrad von thermischen Anlagen verringert. Der Irreversibilitätsgrad ist bei sonst gleichbleibenden Bedingungen umso grösser, je grösser der mittlere Temperaturunterschied ΔT zwischen den Medien der Wärmeübertragung ist, welcher Unterschied nur mit Energie- und Kostenaufwand vermindert werden kann. Bekanntlich gibt es einen Zustand der Wärmeübertragung der einem wirtschaftlichen Optimum entspricht.

Es sei in zwei Beispielen der mittlere Temperaturunterschied ΔT gleich gross vorausgesetzt. Die Abweichungen der lokalen Temperaturunterschiede zwischen den Medien vom jeweiligen Mittelwert seien jedoch verschieden. Die Lösung mit den grösseren Abweichungen verursacht verfahrenstechnisch einen grösseren Irreversibilitätsgrad. Dies ist eine Folge des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Obige Behauptungen sollen an einem Beispiel erläutert werden.

In Abb. 1 sind als Abscisse die wärmeübertragende Oberfläche eines Kondensators und als Ordinate die Temperaturen bezw. Wärmemengen aufgetragen. Das Diagramm ist unter der Annahme konstanter Wärmedurchgangszahl, Kondensieren von Satt- oder Nassdampf und konstanter spezifischer Wärme und konstanter Menge des Kühlmittels entworfen worden. Es wurde absichtlich eine relativ starke Erwärmung des Kühlmittels ins Auge gefasst, um den nachfolgenden Ausführungen mehr Nachdruck geben zu können. Aus diesem Diagramm geht hervor, dass für die Übertragung der ersten Hälfte der Wärmemenge nur 20 Prozent der gesamten Oberfläche F notwendig sind (Erwärmung von Punkt E bis Punkt P). Anderseits sind bis Punkt D schon 70 Prozent der gesamten Wärmemenge übertragen worden, wobei das Kühlmittel eine Temperatur erreicht, die gerade um ΔT unter der Sattdampftemperatur liegt und ΔT den mittleren logarithmischen Temperaturunterschied der Übertragung der gesamten Wärme bedeutet. Der mittlere Temperaturunterschied $\Delta T_{0,7}$ entsprechend dem Teil E–D der Erwärmingskurve ist fast doppelt so gross als ΔT. Ganze 70 Prozent der gesamten Wärmemenge werden mit einem sehr hohen

Irreversibilitätsgrad übertragen. Der damit verbundene hohe Exergieverlust könnte mit den restlichen 30 Prozent der Wärmemenge nur mit einem negativen Temperaturunterschied kompensiert werden—was nach dem zweiten Hauptsatz unmöglich ist—wenn als beste Wärmeübertragung diejenige mit einem konstanten Temperaturunterschied ΔT über die ganze Oberfläche F angesehen wird. abgebenden und des wärmeaufnehmenden Gases und der annähernden Konstanz der Wärmedurchgangszahl ist der Temperaturunterschied in Funktion der wärmeübertragenden Oberfläche nahezu konstant. Eine solch gleichmässige Verteilung der Temperaturunterschiede wird hier durch geeignete Führung der Mittel der Wärmeübertragung beim Verdampfen und Kondensieren angestrebt. Dies wird dadurch erreicht,

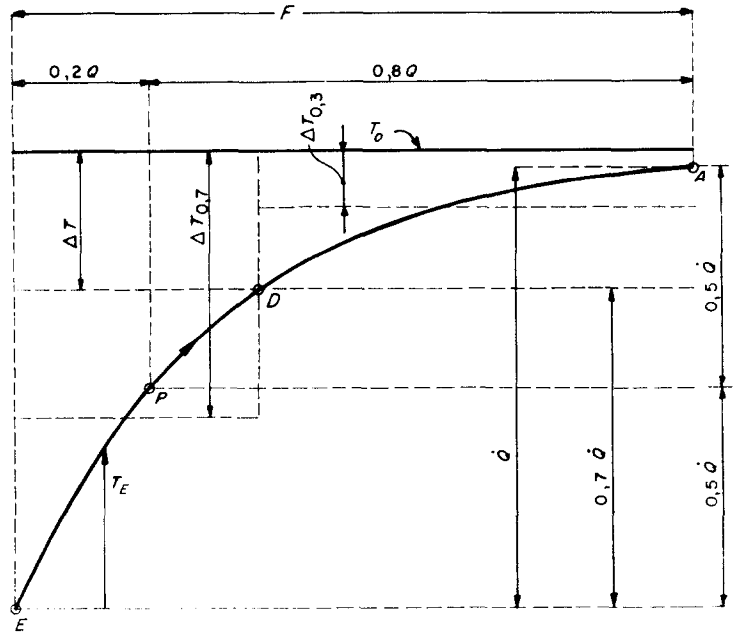

ABB. 1. Beispiel über die Verteilung des Irreversibilitätsgrades des Temperaturunterschiedes der Wärmeübertragung.

Es muss demzufolge getrachtet werden, derartige Führungen der Medien zu bevorzugen, die einen möglichst kleinen Ungleichförmigkeitsgrad der Temperaturunterschiede der Wärmeübertragung haben. Ein typisches Beispiel dafür ist die Wärmeübertragung im Wärmeaustauscher einer Gasturbinenanlage. In diesem Apparat wird ein grosser Teil der im Gas am Austritt der Turbine enthaltenen Wärmemenge an dasselbe abgegeben, nachdem es die letzte Kompressorstufe verlassen hat und bevor es in den Gaserhitzer gelangt. Infolge praktisch gleich grosser Wasserwerte des wärme- dass der Dampf in verschiedenen Kondensatoren bei verschiedenen Sattdampftemperaturen kondensiert und das Kühlmittel alle Kondensatoren in Serie durchströmt.

In Abb. 2 seien die Temperaturen einer mehrflutigen Dampfturbinenanlage dargestellt, wobei der Dampf nach dem Austritt aller Fluten bei gleicher Sattdampftemperatur T_s kondensiert. Jeder Kondensator bekommt sein eigenes Kühlmittel und die Eintritts- und Austrittstemperaturen T_E und T_A des Kühlmittels seien für alle Kondensatoren gleich. Abb. 3 und 4 zeigen im Gegensatz zu Abb. 2 die

Kondensation bei zwei bezw. vier verschiedenen Sattdampftemperaturen T_{S1}, T_{S2} bezw. T_{S1}, T_{S2}, T_{S3} und T_{S4}. In bezug auf die Führung des Kühlmittels soll die Schaltung gemäss Abb. 2 weiterhin als Parallelschaltung und die Schaltungen nach den Abb. 3 und 4 als Serieschaltungen bezeichnet werden. Nach Abb. 3 und 4 soll die gleiche Dampfmenge kondensiert werden wie bei Parallelschaltung. Auch die kehrenden Kühlmittels in allen Vergleichsfällen gleich gross gewählt. Damit bleiben auch die mittleren Wärmeübergangszahlen praktisch konstant. In Abb. 3 und 4 wurde angenommen, dass jede Flut, die je einen Kondensator beschickt, gleiche Dampfmengen aufweist und dass die gesamte wärmeübertragende Oberfläche F auf die zwei bezw. vier Kondensatoren auf zwei bezw. vier gleiche Flächen $F/2$ bezw. $F/4$

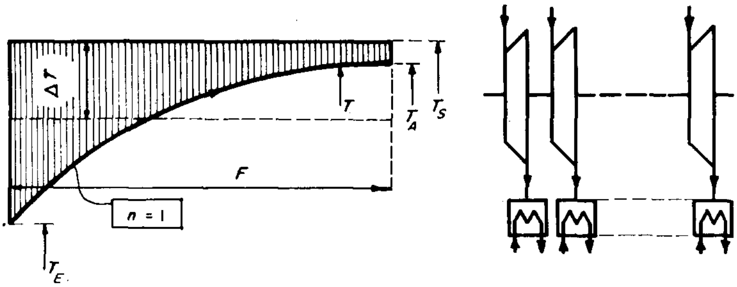

Abb. 2. Kondensation bei nur einer Sattdampftemperatur (Parallelschaltung).

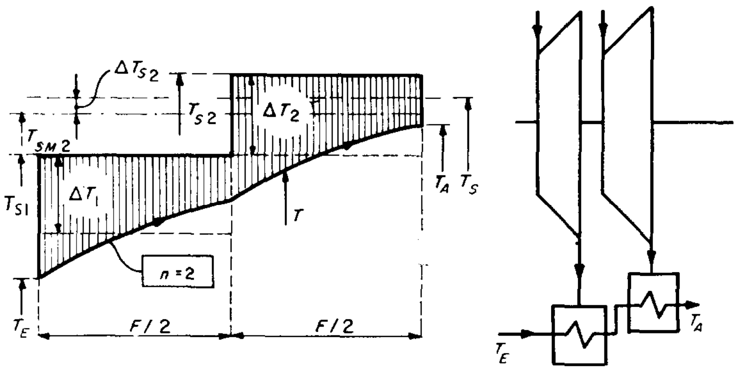

Abb. 3. Kondensation bei zwei verschiedenen Sattdampftemperaturen (Serieschaltung).

totale Kühlmittelmenge soll die gleiche bleiben, nur dass nach Abb. 3 und 4 die totale Menge des Kühlmittels die jeweiligen Kondensatoren in Serie durchströmt. Ausserdem wird bei allen hier noch besprochenen Serieschaltungen der Abb. 3 und 4 angenommen, dass die Summe aller wärmeübertragenden Oberflächen aller Kondensatoren in Serieschaltung gleich der entsprechenden Summe bei Parallelschaltung ist. Überdies werden auch die mittleren Kühlmittelgeschwindigkeiten, der gesamte Druckverlust beim seriemässigen Durchströmen der Apparate, wie auch die Eintritts- und Austrittstemperaturen T_E und T_A des aus der Umwelt kommenden bezw. des in die Umwelt zurück- unterteilt werde. Mit den getroffenen Annahmen ergibt eine einfache Rechnung der Wärmeübertragung, dass die mittleren Temperaturunterschiede ΔT_1 und ΔT_2 gemäss Abb. 3 und ΔT_1, ΔT_2, ΔT_3 und ΔT_4 nach Abb. 4 genau gleich demjenigen mittleren Temperaturunterschied ΔT nach Abb. 2 sind. Die Sattdampftemperaturen T_{S1} und T_{S2}, bezw. T_{S1}, T_{S2}, T_{S3} und T_{S4} begleiten gewissermassen die Temperatur T des Kühlmittels im mittleren Abstand ΔT.

Im Interesse der Theorie sei noch der Grenzfall von unendlich vielen Fluten und Kondensatoren ($n = \infty$) erwähnt. Die Sattdampftemperaturen verlaufen dabei parallel der Kühlmitteltemperatur und zwar im Abstand ΔT.

Die in der Praxis vorkommenden Änderungen der Sattdampftemperatur, indem von Parallelschaltung nach Abb. 2 auf Serieschaltung nach Abb. 3 und 4 übergegangen wird, sind so klein, dass im entsprechenden Temperaturintervall die Enthalpie des aus den Fluten austretenden Dampfes linear mit der Temperatur des Sattdampfes variert. Um die Enthalpien zu bestimmen, kann man demnach mit arithmetischen Mitteln der Sattdampftemperatur rechnen, d.h. nach Abb. 3 mit $(T_{S1} + T_{S2})/2$ und nach Abb. 4 mit $(T_{S1} + T_{S2} + T_{S3} + T_{S4})/4$. Diese Temperaturmittelwerte, die die Energie stellt sich als sehr komplex vor.

Im folgenden soll nun für den allgemeinen Fall die Überlegenheit der Serieschaltung gegenüber der Parallelschaltung bewiesen werden. Um trotzdem einen unmittelbaren Vergleich zwischen der Serie- und der Parallelschaltung zu gestatten, werden hier Einflüsse gewisser Grössen von vorneherein ausgeschaltet. So wird in den folgenden Rechnungen, wie schon weiter oben, die Summe der wärmeübertragenden Oberflächen aller Kondensatoren konstant gehalten. Somit wird auch ihr Gesamtpreis keine nennenswerten Änderungen erfahren.

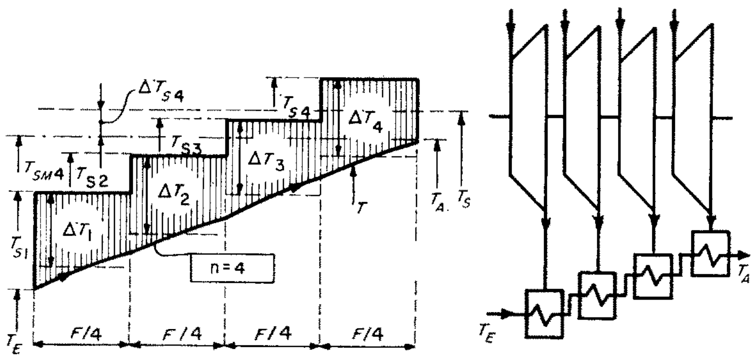

Abb. 4. Kondensation bei vier verschiedenen Sattdampftemperaturen (Serieschaltung).

des Dampfes als Mittelwert aller Fluten bestimmen, sind in genannten Figuren mit T_{SM2} bezw. mit T_{SM4} bezeichnet; sie liegen um ΔT_{S2} bezw. ΔT_{S4} unter der Sattdampftemperatur T_S mit Parallelschaltung des Kühlmittels nach Abb. 2. Die mittleren Energien des Dampfes am Austritt der Turbinen sind entsprechend den tieferen Temperaturen bei Serieschaltung kleiner als bei Parallelschaltung. Bei Serieschaltung ist das Wärmegefälle der Turbine grösser als bei Parallelschaltung. Die Serieschaltung des Kühlmittels nach Abb. 3 und 4 ist somit der Parallelschaltung überlegen. Diese Überlegenheit ist bei einer vierflutigen Anlage grösser als bei einer zweiflutigen.

Wenn in einem Kraftwerk mehrere Dampfturbinen aufgestellt werden, können ihre Kondensatoren kühlmittelseitig auch in Serie geschaltet werden.

Das Problem in seiner Vollständigkeit, d.h. der technischen und der wirtschaftlichen Seite Dies besonders dann, wenn auch für die Parallelschaltung, d.h. die übliche Ausführung, schon sowieso mehrere Kondensatoren vorgesehen wurden.* Auf der Kühlmittelseite wird auch die in Serie geschaltete Kühlmittelmenge gleich der Summe der Kühlmittelmengen der Parallelschaltung angenommen. Bei Wasserkühlung bedeutet dies die gleichen Anschaffungskosten für das Wasser. Ausserdem werden, wie weiter oben, auch die mittleren Kühlmittelgeschwindigkeiten, der gesamte Druckverlust beim seriemässigen Durchströmen durch alle Apparate, wie auch die Eintritts- und Austrittstemperaturen T_E und T_A des aus der Umwelt kommenden bezw. des in die Umwelt zurückkehrenden Kühlmittels in beiden Vergleichsfällen gleich gross gewählt.

* Zwei Kondensatoren wurden beispielsweise in der Dampfturbinenanlage Ruien (Belgien) ausgeführt. Siehe: 150 Jahre Escher Wyss, Bild 75 auf Seite 112.

Von den thermodynamischen Grössen wird die mittlere Enthalpie des Dampfes am Austritt aller Fluten veränderlich sein. Wird dieser gewogene Mittelwert bei Serieschaltung kleiner sein als bei Parallelschaltung, dann hat der Vorschlag Wert.

Wir haben zwei unabhängige Variable: die Verteilung der disponiblen Oberfläche F der Wärmeübertragung auf die einzelnen Apparate einerseits und der gesamten Dampfmenge auf die einzelnen Fluten und somit einzelnen Kondensatoren anderseits.

Da die Erhöhung des Wärmegefälles der Anlage durch die Einführung der Serieschaltung je nach den Kühlmittel- und Betriebsverhältnissen etwa 0,4 bis 4 Prozent beträgt, würde es sich nicht lohnen, alle Niederdrucksätze verschieden zu gestalten. Dies würde unwirtschaftlich sein. Deswegen wird hier die Annahme getroffen, dass die Dampfmenge aller Fluten gleich gross gesetzt wird. Dies führt zu einer wesentlichen Vereinfachung der Anordnung, da nur für die letzte Stufe einer oder zwei Fluten deren Beschaufelungen dem neuen Wärmegefälle angepasst werden. Das Problem beschränkt sich somit auf die günstigste Verteilung der disponiblen Oberfläche F der Wärmeübertragung auf die einzelnen Apparate. Die übertragene Wärmemenge $\dot{Q}$ in einem Kondensator ist durch

$$\dot{Q} = kF\Delta T$$

gegeben. Wir werden nun den Empfindlichkeitsgrad der Grössen, die in obiger Gleichung vorkommen, inbezug auf Zustandsänderungen des Dampfes und des Kühlmittels etwas näher untersuchen.

Was den mittleren logarithmischen Temperaturunterschied ΔT anbetrifft, hängt dieser bekanntlich nur von den Temperaturen beider Mittel ab. Die wärmedurchflossene Fläche F wird vom technischen Standpunkt berechtigterweise als unabhängig von den Zuständen des Dampfes und des Kühlmittels angenommen.

In Abb. 5 sind die Werte der Wärmedurchgangszahl k für einen wassergekühlten Kondensator (Wasserdampf) in Funktion der Wasser- und der Sattdampftemperatur dargestellt [1].* Der für die Praxis interessante

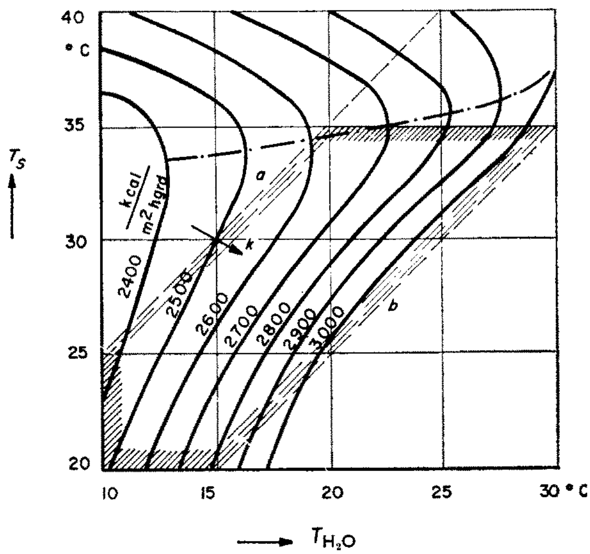

Abb. 5. Wärmedurchgangszahl k in kcal/grd h m^2 eines wassergekühlten Kondensators in Funktion der Wasser- und der Sattdampftemperatur T_{H_2O} bezw. T_S in °C.

Teil ist nach oben mit etwa $T_S = 35$°C und seitlich durch die Geraden a und b begrenzt. Der gewogene Mittelwert der Sattdampftemperaturen für die vorgeschlagene Serieschaltung ist tiefer als der, welcher der Kondensation bei Parallelschaltung entspricht. Der mittlere k-Wert wird somit mit der Anwendung der neuen Schaltung eine Erhöhung erfahren. Wird er in der folgenden Rechnung als konstant vorausgesetzt, so wird zu Ungunsten der Serieschaltung gerechnet.

Im Falle einer Kondensation mit Luftkühlung wird der k—Wert äusserst wenig durch die Temperatur des Sattdampfes beeinflusst. Erstens ist gemäss vorliegender Rechnung die Änderung dieser Temperatur nur wenige Grade und zweitens sind die Wärmeübergangszahlen der

* Dabei wurden folgende Annahmen getroffen: wagrechte Rohre aus Admiralty-Legierung, Aussendurchmesser = 24 mm, Innendurchmesser = 20 mm, Länge der Rohre = 6 m, mittlere Wassergeschwindigkeit = 1,5 m/s, wasserseitige Wärmeübergangszahl nach Hausen-Kraussold, dampfseitige Wärmeübergangszahl nach Nusselt, wobei 10 Rohrreihen untereinander angenommen wurden (ungünstig inbezug auf die vorliegende Beweisführung).

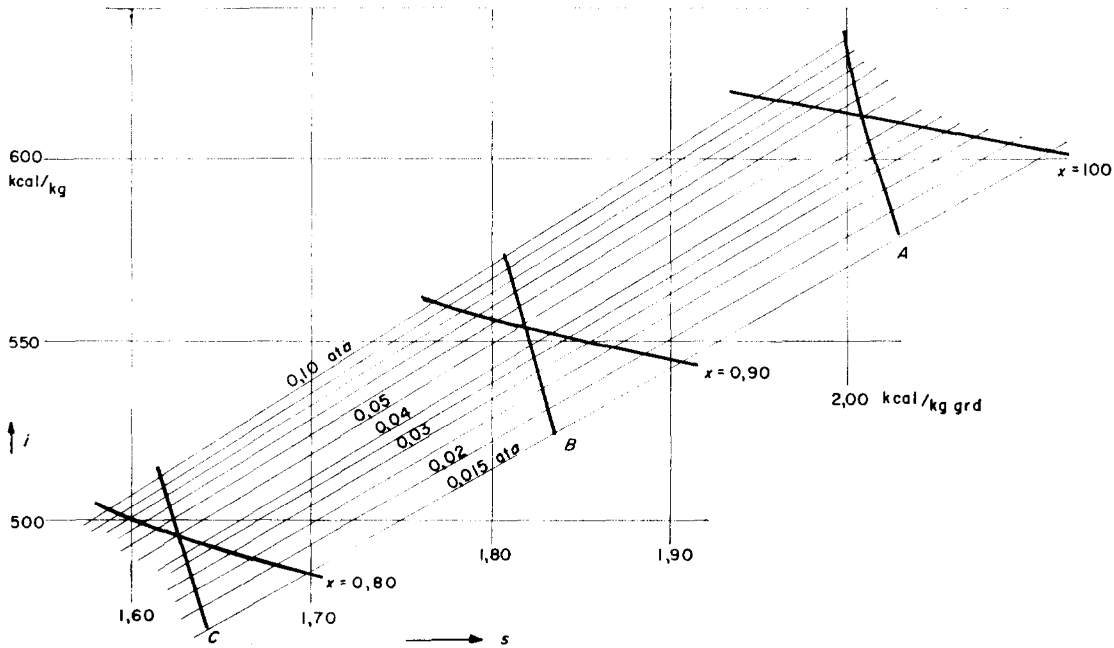

ABB. 6. Entspannungen bei drei verschiedenen Dampfgehalten und einem thermodynamischen Wirkungsgrad von 85 Prozent.

Kondensation um mindestens zwei Zehnerpotenzen grösser als die luftseitigen.

Um die Änderung der übertragenen Wärmemenge $\dot{Q}$ mit dem Zustand des Dampfes zu prüfen, haben wir im Entropiediagramm des Wasserdampfes [2] der Abb. 6 drei Entspannungen bei verschiedenen Dampfgehalten, gemäss den Kurven A, B und C, dargestellt. Dabei ist ein thermodynamischer Wirkungsgrad von 0,85 angenommen worden. Die drei Entspannungskurven schneiden die Isobare von 0,05 ata bei den Dampfgehalten von 1, 0,9 bezw. 0,8. Da wir Temperaturänderungen von wenigen Graden haben, variert rx nach Abb. 6 nur um wenige Promille. Demzufolge werden wir, da wir bei diesem Problem immer auf derselben Entspannungskurve arbeiten, vorläufig mit $rx = \text{const}$ rechnen.

Wir wollen zunächst beweisen, dass die Serieschaltung der Parallelschaltung überlegen ist. Deswegen werden wir eine Dampfturbinenanlage mit n Fluten voraussetzen, wobei der Dampf jeder Flut sich in einem gesonderten Kondensator niederschlagen wird. Die gesamt zur Verfügung stehende wärmeübertragende Oberfläche F wird vorläufig in n gleiche Teile geteilt, sodass jeder Kondensator eine gleich grosse Oberfläche von F/n erhält.

Bevor wir zur eigentlichen Rechnung übergehen, soll noch die Bezeichnung der hier auftretenden Grössen festgelegt werden.

Wir bezeichnen mit:

n,	Anzahl der Fluten und der Kondensatoren;
i,	Index der Grössen der i-ten Flut mit $i = 1$ bis $i = n$;
r_i,	Kondensationswärme des Sattdampfes;
x_i,	Dampfgehalt des Nassdampfes;
$\dot{Q}_i$,	bei der Kondensation frei gewordene Wärmemenge;
$\dot{Q}$,	bei der Kondensation des Dampfes aller Fluten frei gewordene Wärmemenge;
F_i,	wärmeübertragende Oberfläche des Kondensators;

$F = i\sum_1^n (F_i)$, = gesamte zur Verfügung stehende Oberfläche der Wärmeübertragung;

k_i, Wärmedurchgangszahl bezogen auf $\dot{Q}_i$, F_i und ΔT_i;

k, Wärmedurchgangszahl bei Parallelschaltung bezogen auf $\dot{Q}$, F und ΔT;

ΔT_i, mittlerer logarithmischer Temperaturunterschied der Wärmeübertragung;

ΔT, mittlerer logarithmischer Temperaturunterschied bei Parallelschaltung;

T_{Si}, Sattdampftemperatur;

T_S, Sattdampftemperatur bei Parallelschaltung (gleich für alle Kondensatoren);

T_{Ei}, Eintrittstemperatur des Kühlmittels;

T_{Ai}, Austrittstemperatur des Kühlmittels;

T_E, T_A, Eintritts-bezw. Austrittstemperatur des Kühlmittels auf den gesamten Apparatekomplex bezogen (gleich für beide Fälle);

i_i, Enthalpie des Dampfes am Austritt der Flut;

i, Enthalpie des Dampfes beim Austritt aus allen Fluten mit Kondensation bei nur einer Sattdampftemperatur (Parallelschaltung);

$\dot{M}_i$, Dampfmenge einer Flut;

$\dot{M}$, gesamte Dampfmenge;

$I = \dot{M}i$; $I_n = \frac{\dot{M}}{n} i\sum_1^n (i_i)$;

$\Delta i = I - I_n$, mittlerer Gewinn an Wärmegefälle;

$\vartheta_i = \frac{T_{Si} - T_{Ei}}{T_{Si} - T_{Ai}}$, Ungleichförmigkeitsgrad des i-ten Kondensators;

$\vartheta = \frac{T_S - T_E}{T_S - T_A}$, Ungleichförmigkeitsgrad bei Parallelschaltung;

$\Delta T_S = T_S - (1/n)\, i\sum_1^n (T_{Si})$;

$\Delta\tau = \frac{\Delta T_S}{T_S - T_E}$.

Nach den vorangegangenen Erörterungen ist

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2 = \ldots = \dot{M}_i = \ldots = \dot{M}_n = \frac{\dot{M}}{n}. \quad (1)$$

Die Entspannungen nach Abb. 6 berechtigen zur Annahme

$$x_1 r_1 = x_2 r_2 = \ldots = x_i r_i = \ldots = x_n r_n. \quad (2)$$

Aus $\dot{Q}_i = \dot{M}_i x_i r_i$ mit (1) und (2) folgt

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \ldots = \dot{Q}_i = \ldots = \dot{Q}_n = \frac{\dot{Q}}{n}. \quad (3)$$

Ausserdem ist

$$F_1 = F_2 = \ldots = F_i = \ldots = F_n = \frac{F}{n}. \quad (4)$$

Nach Abb. 5 wird pessimistisch angenommen, dass

$$k_1 = k_2 = \ldots = k_i = \ldots = k_n = k \quad (5)$$

ist. Mit den Gleichungen (3), (4) und (5) erhalten wir

$$\Delta T_i = \frac{\dot{Q}_i}{k_i F_i} = \frac{\dot{Q}/n}{kF/n} = \Delta T = \text{const.}$$

Damit wird anderseits

$$\Delta T = \frac{T_A - T_E}{\ln \frac{T_S - T_E}{T_S - T_A}} = \frac{T_A - T_E}{\ln \vartheta} = \Delta T_i = \frac{T_{Ai} - T_{Ei}}{\ln \vartheta_i}. \quad (6)$$

Bei konstanter spezifischer Wärme und Menge des Kühlmittels ist mit den getroffenen Annahmen

$$T_{Ai} - T_{Ei} = \frac{T_A - T_E}{n}. \quad (7)$$

Die Gleichungen (6) und (7) geben unmittelbar

$$\vartheta_i = \vartheta^{1/n} \quad (8)$$

Demzufolge ist

$$\left.\begin{aligned} \Delta T_i &= (T_{Si} - T_{Ei})\,\frac{1-(1/\vartheta_i)}{\ln \vartheta_i} \\ &= \frac{T_{Si}-T_{Ei}}{(1/n)\ln \vartheta}\cdot\left(1-\frac{1}{\vartheta^{1/n}}\right) = \Delta T \\ &= \frac{T_S - T_E}{\ln \vartheta}\left(1-\frac{1}{\vartheta}\right). \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Diese Gleichung nach T_{Si}, aufgelöst, gibt mit

$$\left.\begin{aligned} &\left(1-\frac{1}{\vartheta}\right) : \left(1-\frac{1}{\vartheta^{1/n}}\right) = 1 + \vartheta^{-(1/n)} \\ &\qquad + \vartheta^{-(2/n)} + \ldots + \vartheta^{-[(n-1)/n]} \\ &T_{Si} = T_{Ei} + \frac{T_S - T_E}{n}\,(1 + \vartheta^{-(1/n)} \\ &\qquad + \vartheta^{-(2/n)} + \ldots + \vartheta^{-[(n-1)/n]}) \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Gemäss den Annahmen der Rechnung ist

$$\begin{aligned} T_{Ei} &= T_E + (i-1)\,\frac{T_A - T_E}{n} \\ &= T_E + \frac{i-1}{n}\cdot\left(1-\frac{1}{\vartheta}\right)(T_S - T_E). \end{aligned}$$

Diese Beziehung für T_{Ei} in Gleichung (10) eingesetzt gibt

$$\left.\begin{aligned} T_{Si} = T_E + \frac{T_S - T_E}{n}\Bigg[&(i-1)\left(1-\frac{1}{\vartheta}\right) \\ &+ 1 + \vartheta^{-(1/n)} \\ &+ \vartheta^{-(2/n)} + \ldots + \vartheta^{-[(n-1)/n]}\Bigg]. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Es soll bewiesen werden, dass die mittlere Enthalpie I_n des Dampfes bei Serieschaltung kleiner ist als diejenige der Parallelschaltung. Da für kleine Temperaturänderungen von wenigen Graden ein linearer Ansatz der Enthalpie i_i mit der Sattdampftemperatur T_{Si} nach den Expansionen nach Abb. 6 zulässig ist, schreiben wir

$$i_i = i_0 + \frac{\Delta i_0}{T_0}\,T_{Si}$$

wobei i_0 und $(\Delta i_0)/T_0$ Konstanten sind. Eine direkte Folge dieser Linearität ist, dass es uns genügt zu beweisen, dass

$$\Delta T_S = T_S - \frac{1}{n}\,i\sum_1^n (T_{Si}). \quad (12)$$

positiv ist. Mit Gleichungen (11), (12) und

$$\frac{1+2+3+\ldots+n}{n^2} = \frac{n+1}{2n}$$

erhalten wir nach elementaren Umformungen

$$\Delta\tau = \frac{\Delta T_S}{T_S - T_E} = f_1 - f_2 \quad (13)$$

mit

$$f_1 = \frac{n+1}{2n} + \frac{n-1}{2n}\cdot\frac{1}{\vartheta}$$

$$\begin{aligned} f_2 = \frac{1}{n}\,[1 + \vartheta^{-(1/n)} &+ \vartheta^{-(2/n)} \\ &+ \ldots + \vartheta^{-[(n-1)/n]}]. \end{aligned}$$

Für $\vartheta = 1$ ist $f_1 = 1$ und $f_2 = 1$

und somit

$$|\Delta\tau|_{\vartheta=1} = 0.$$

Die Serieschaltung gibt für $\vartheta = 1$, d.h. keine Ungleichförmigkeit da $T_S - T_A = T_S - T_E$, wie auch zu erwarten war, keinen Vorteil gegenüber der Parallelschaltung. Um zu beweisen, dass

$$|\Delta\tau|_{\vartheta>1} > 0$$

ist, wird $\Delta\tau$ nach ϑ partiell abgeleitet und nach dem Vorzeichen dieser Ableitung gefragt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta\tau)}{\partial\vartheta} = -\frac{n-1}{2n}\cdot\frac{1}{\vartheta^2} + \frac{1}{n^2}\Bigg[&\frac{1}{\vartheta^{1+(1/n)}} \\ &+ \frac{2}{\vartheta^{1+(2/n)}} + \ldots + \frac{n-1}{\vartheta^{1+[(n-1)/n]}}\Bigg]. \end{aligned} \quad (14)$$

Für $\vartheta = 1$ haben wir

$$\begin{aligned} \left|\frac{\partial(\Delta\tau)}{\partial\vartheta}\right|_{\vartheta=1} &= -\frac{n-1}{2n} \\ &+ \frac{1+2+3+\ldots+(n-1)}{n^2} = 0, \end{aligned} \quad (14a)$$

da die Summe

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n - 1) = \frac{n(n-1)}{2} \text{ ist.}$$

Mit wachsendem Wert von ϑ, immer jedoch $\vartheta > 1$, nehmen alle Glieder in der eckigen Klammer der Gleichung (14) schwächer ab als der absolute Wert des Gliedes

$$-\frac{n-1}{2n} \cdot \frac{1}{\vartheta^2}$$

da hierin die Exponenten der ϑ. Werte alle kleiner als zwei sind. Da für $\vartheta = 1$, $\Delta\tau = 0$ ist, folgt unmittelbar mit (14a), dass

$$\left| \frac{\partial(\Delta\tau)}{\partial\vartheta} \right|_{\vartheta>1}$$

immer positiv ist. Im Bereiche der die Praxis interessiert, d.h. für $\vartheta > 1$, ist im behandelten Fall die Serieschaltung des Kühlmittels der Parallelschaltung desselben durchwegs überlegen. In Abb. 7 ist $\Delta\tau = (\Delta T_S/T_S - T_E)$ in Funktion von ϑ und der Anzahl n von Fluten-Kondensatoren aufgetragen. Dabei kann $\Delta\tau$ als dimensionslos geschriebener Gewinn am Temperaturgefälle der Anlage angesehen werden.

Für eine unendliche Anzahl von Kondensatoren ist die Verdampfungstemperatur immer um genau ΔT höher als die Kühlmitteltemperatur. Es ist somit

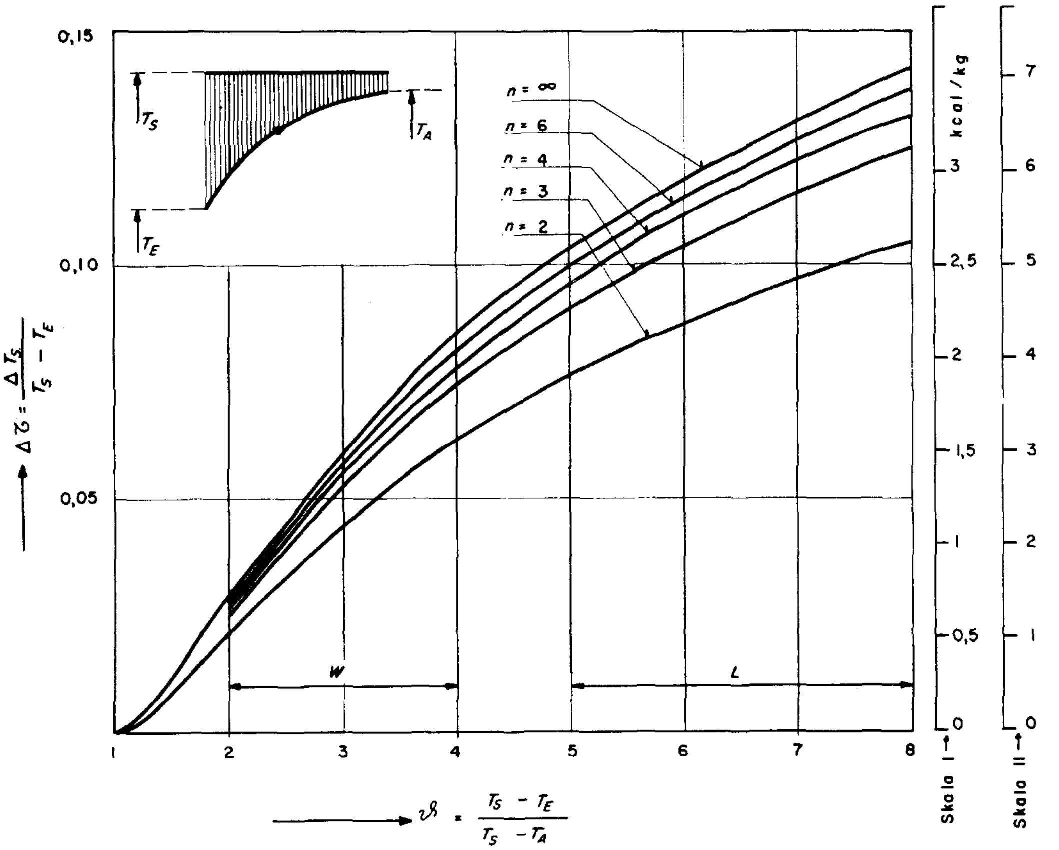

Abb. 7. Gewinn an Temperatur- und Wärmegefälle

Skala I (Wasserkühlung): Gewinn an Wärmegefälle für $T_S - T_E = 15°C$

Skala II (Luftkühlung): Gewinn an Wärmegefälle für $T_S - T_E = 30°C$.

$$|\Delta T_S|_{n-\infty} = T_S - \frac{1}{n}\ i\sum_{1}^{n}(T_{Si})$$

$$= T_S - \left[\frac{T_E + T_A}{2} + \Delta T\right].$$

Mit einfachen Rechnungen erhalten wir

$$|\Delta\tau|_{n-\infty} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\,\vartheta - \frac{1-(1/\vartheta)}{\ln\vartheta}.$$

Ausser den allgemein gültigen dimensionslosen Skalen der Abscisse, Ordinate und des Parameters n, wurden auf der rechten Seite des Diagramms von Abb. 7 zwei Skalen mit Angabe von Δi, d.h. dem mittleren Gewinn an Wärmegefälle bei Expansion von Wasserdampf mit einem thermodynamischen Wirkungsgrad von 0,85 gemäss Kurve A von Abb. 6 angegeben. Skala I gibt Δi-Werte für $(T_S - T_E) = 15°C$ (Wasserkühlung) und Skala II diejenigen für $(T_S - T_E) = 30°C$ (Luftkühlung). Um die Werte von Δi bei Entspannung von Wasserdampf nach, den Kurven B und C der Abb. 6 zu erhalten, genügt es, diejenigen von Abb. 7 um 11,5 Prozent bezw. 21 Prozent zu verringern.

Mit L und W sind in Abb. 7 die Gebiete angegeben, denen Kondensatoren mit Luft- bezw. Wasserkühlung entsprechen. Aus wirtschaftlichen Gründen ist man gezwungen, bei Luftkühlung mit grösseren Aufheizungen des Kühlmittels zu rechnen als bei Wasserkühlung. Dies führt zu höheren Werte von ϑ und $(T_S - T_E)$.

Aus Abb. 7 geht weiterhin hervor, dass der Gewinn am Wärmegefälle umso grösser ist, je grösser der Temperaturunterschied $(T_S - T_E)$ und je gekrümmter der Verlauf der Kühlmitteltemperatur in Funktion der wärmeübertragenden Oberfläche ist. (Siehe Diagramm in der oberen Seite von Abb. 7.)

Aus Abb. 7 entnehmen wir ferner, dass bei grossen Anlagen mit Luftkühlung Gewinne am Wärmegefälle von 4 kcal/kg bis 6 kcal/kg möglich sind, was einer Erhöhung des wirtschaftlichen Wirkungsgrades der gesamten Anlage von 1,2 Prozent bis 1,8 Prozent entspricht.

Die obigen Ausführungen genügen, um beweisen zu können, dass die Serieschaltung des Kühlmittels nicht nur der Parallelschaltung, sondern auch allen anderen gemischten Schaltungen überlegen ist.

Nehmen wir an, dass von der gesamten zur Verfügung stehenden Kühlmittelmenge $\dot{M}_k$ ein Teil $\dot{M}_{kS}$ in Serie und der restliche Teil $\dot{M}_k - \dot{M}_{kS} = \dot{M}_{kp}$ parallel geschaltet ist, wobei sich beide Mengen nicht mischen sollen. Sie werden getrennt geführt. Die Austrittstemperaturen beider Kühlmittelmengen seien bei ihrer Rückkehr in die Umwelt alle gleich T_A. Alle Mengen erfahren die gleiche Erwärmung um das Temperaturintervall $T_A - T_E$, sonst wäre das Kühlmittel nicht rationell ausgenützt. Tritt das Kühlmittel der Parallelführung in irgendeinen i-ten Kondensator mit der Temperatur T_E ein und soll es diesen mit der Temperatur T_A verlassen, so hätten wir einen sehr gekrümmten Verlauf der Temperatur des parallelgeschalteten Kühlmittels in Funktion der von ihm benetzten Oberfläche im i-ten Kondensator. Nach obigen Ausführungen hat dies einen vermehrten Irreversibilitätsverlust zur Folge. Wir schliessen daraus, dass die beim i-ten Kondensator eingeführte Kühlmittelmenge $\dot{M}_{kp}$ auch noch durch den k-ten, l-ten und bis zum n-ten Kondensator geführt werden sollte. Der Temperaturverlauf der Kühlmenge $\dot{M}_{kp}$ in Funktion von der von ihm benetzten Oberfläche wäre noch weniger gekrümmt, wenn die Menge $\dot{M}_{kp}$ alle Kondensatoren in Serie durchströmen würde. In diesem Falle durchlaufen aber beide Kühlmittelmengen getrennt alle Apparate in Serie, was zur vorgeschlagenen Schaltung zurückführt.

Es soll nun noch gezeigt werden, inwiefern verschiedene k-Werte also

$$k_1 \neq k_2 \neq k_3 \neq \ldots \neq k_i \neq \ldots \neq k_n$$

einen Einfluss auf die Verteilung der Oberfläche F auf die einzelnen Apparate hat. Da eine rigorose Rechnung mit dem exakten Ausdruck für den mittleren logarithmischen Temperaturunterschied auf sehr grosse Schwierigkeiten stösst, wird hier ein vereinfachender Ansatz für diesen Temperaturunterschied gemacht. Dies findet seine Berechtigung in der Tatsache, dass die Änderungen der massgebenden Parameter relativ klein sind.

Üblicherweise schreibt man

$$\Delta T = \beta(T_S - T_E) \tag{15}$$

mit

$$\beta = \frac{1 - (1/\vartheta)}{\ln \vartheta}. \tag{16}$$

Für β wird der lineare Ansatz

$$\beta = b_0 - b\vartheta \tag{17}$$

gemacht. Im zum Problem relativ grossen Intervall für ϑ von 1,5 bis 3 gibt der Ansatz

$$\beta = 1{,}025 - 0{,}145\,\vartheta$$

gegenüber den exakten Werten nach Gleichung (16) Abweichungen von nur $\pm$ 2 Prozent. In den folgenden Ausführungen werden durchwegs die Gleichungen (15) und (17) angewendet, wobei die Konstanten b_0 und b dem jeweiligen Fall angepasst werden. Die optimale Lösung wird mit einer rasch konvergierenden Rechnung erhalten. Für die Zuverlässigkeit des Resultates der Rechnung ist es aber wichtig zu wissen, inwiefern die Konstanz von β, die in der folgenden Minimalrechnung vorausgesetzt wird, das Resultat fälschen kann.

In einem Kondensator schlägt sich eine konstante Dampfmenge $\dot{M}$ nieder und die dabei freigewordene Wärmemenge $\dot{Q}$ ist nach den vorgängigen Ausführungen auch konstant. Wird dessen wärmeübertragende Oberfläche F um den elementaren Teil dF vergrössert, so ändert sich bei konstant angenommener Wärmedurchgangszahl k die Sattdampftemperatur T_S um den elementaren Betrag dT_S. Wird F vergrössert (positives dF), so wird eine Verminderung der notwendigen Temperaturdifferenz stattfinden (negatives dT_S). Es gelten folgende Gleichungen

$$\dot{Q} = kF\Delta T$$

$$\dot{Q} = k(F + \mathrm{d}F)\,[\Delta T + \mathrm{d}(\Delta T)].$$

Durch Eliminieren von $\dot{Q}$ und bei Unterdrückung unendlich kleiner Glieder zweiter Ordnung gegenüber denen erster Ordnung erhalten wir

$$\mathrm{d}(\Delta T) = -\frac{\Delta T}{F}\,\mathrm{d}F. \tag{18}$$

Es war

$$\Delta T = \beta(T_S - T_E).$$

Somit ist

$$\mathrm{d}(\Delta T) = \beta\,\mathrm{d}(T_S - T_E) + (T_S - T_E)\,\mathrm{d}\beta. \tag{19}$$

Diese Gleichung mit Differenzierung von β nach Gleichung (17) gibt bei Berücksichtigung der Definition von ϑ nach einigen Umformungen

$$\mathrm{d}(\Delta T) = \beta[1 + b\vartheta - b\vartheta^2]\,\mathrm{d}T_S.$$

Anstatt mit dem üblichen β-Wert zu rechnen, muss mit einem korrigierten Wert β^*, und zwar

$$\beta^* = \beta[1 + b\vartheta - b\vartheta^2]$$

gerechnet werden, um mit dem linearen Ansatz das Minimum richtig zu erfassen.

Bei gleich grossen übertragenen Wärmemengen $\dot{Q}_i$ und $\dot{Q}_k$ im i-ten und k-ten Kondensator, wobei i und k beliebig zwischen 1 und n gewählt werden kann, indem $i = k$ als zwecklos ausscheidet, haben wir

$$\dot{Q}_i = k_i\,F_i\,\Delta T_i = k_i\,F_i\,\frac{T_{Ai} - T_{Ei}}{\ln \vartheta_i}$$

$$\dot{Q}_k = k_k\,F_k = \frac{T_{Ak} - T_{Ek}}{\ln \vartheta_k}.$$

Daraus folgt mit $T_{Ai} - T_{Ei} = T_{Ak} - T_{Ek}$ unmittelbar

$$\ln \vartheta_k = \frac{k_k\,F_k}{k_i\;F_i}\ln \vartheta_i \text{ oder } \vartheta_k = \vartheta_i^{\,k_kF_k/k_iF_i}\,. \tag{20}$$

Die gesamt übertragene Wärmemenge $\dot{Q}$ wird mit Gleichung (20) gerechnet, wobei alle ϑ mit ϑ_i ausgedrückt werden und

$$T_{Ai} - T_{Ei} = \frac{T_A - T_E}{n}$$

ist.

Es folgt

$$\left.\begin{aligned}\dot{Q}&=kF\Delta T=kF\frac{T_A-T_E}{\ln\vartheta}=\dot{Q}_1+\dot{Q}_2+\ldots\\&+\dot{Q}_i+\ldots+\dot{Q}_n=\frac{k_1F_1(T_A-T_E)}{n\ln\vartheta_i}\cdot\frac{k_iF_i}{k_1F_1}\\&+\frac{(T_A-T_E)k_iF_i}{n\ln\vartheta_i}+\ldots+\frac{(T_A-T_E)k_iF_i}{n\ln\vartheta_i}\ldots\\&+\frac{(T_A-T_E)k_iF_i}{n\ln\vartheta_i}.\end{aligned}\right\}$$

Daraus wird

$$\vartheta_i=\vartheta^{\,k_iF/kF}. \tag{21}$$

Aus

$$\Delta T_i=(T_{Si}-T_{Ei})\beta_i^{\bullet}=\frac{\dot{M}_i\,r_i\,x_i}{k_i\,F_i}$$

folgt

$$T_{S_i}=T_{E_i}+\frac{\dot{M}_i\,r_i\,x_i}{\beta_i^{\bullet}\,k_i\,F_i}.$$

Mit $\dot{M}_k$ und c_p die Kühlmittelmenge und bzw. spezifische Wärme derselben ist

$$T_{E_i}=T_E+\frac{\dot{M}}{n}\cdot\frac{r_1x_1+r_2x_2+\ldots+r_{i-1}x_{i-1}}{\dot{M}_k\;c_p}$$

und

$$T_{S_i}=T_E+\frac{\dot{M}}{nc_p\dot{M}_k}\cdot i\sum_{1}^{i-1}(r_i\,x_i)+\frac{\dot{M}}{n}\cdot\frac{r_i\,x_i}{\beta_i^{\bullet}\,k_i\,F_i}.$$

Um den Irreversibilitätsgrad auf ein Minimum herabzusetzen, muss bei linear anwachsender Enthalpie des Dampfes mit der Temperatur, der Mittelwert

$$\frac{1}{n}\,i\sum_{1}^{n}(T_{S_i})$$

zu einem Minimum werden. Es ist mit $F_i=\varphi_iF$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{n}\,i\sum_{1}^{m}(T_{S_i})=T_E\\&+\frac{\dot{M}}{n^2c_p\dot{M}_k}\cdot i\sum_{1}^{m}\left[i\sum_{1}^{i-1}(r_i\,x_i)\right]\\&+\frac{\dot{M}}{Fn^2}\cdot i\sum_{1}^{n}\left(\frac{r_i\,x_i}{k_i\beta_i^{\bullet}}\cdot\frac{1}{\varphi_i}\right)=\mathscr{F}(\varphi_i).\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Wenn berücksichtigt wird, dass

$$i\sum_{1}^{m}(F_i)=F$$

oder

$$i\sum_{1}^{n}(\varphi_i)=1$$

ist, können wir das Problem auf $(n-1)$ Variablen reduzieren, indem wir

$$\varphi_n=1-(\varphi_1+\varphi_2+\ldots+\varphi_i+\ldots+\varphi_{n-1})$$

schreiben.

Wird Gleichung (22) $(n-1)$-mal nach $\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_i,\ldots\varphi_{n-1}$ partiell abgeleitet und werden diese Ableitungen gleich null gesetzt, erhalten wir mit

$$\kappa_i=\frac{r_n\,x_n\,k_i\,\beta_i^{\bullet}}{r_i\,x_i\,k_n\,\beta_n^{\bullet}}$$

folgendes System von Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial\varphi_1}&=-\frac{1}{\kappa_1\varphi_1^2}+\frac{1}{(1-\varphi_1-\varphi_2-\ldots-\varphi_i-\ldots-\varphi_{n-1})^2}=0\\&\;\;\vdots\\\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial\varphi_i}&=-\frac{1}{\kappa_i\varphi_i^2}+\frac{1}{(1-\varphi_1-\varphi_2-\ldots-\varphi_i-\ldots-\varphi_{n-1})^2}=0\\&\;\;\vdots\\\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial\varphi_{n-1}}&=-\frac{1}{\kappa_{n-1}\varphi_{n-1}^2}+\frac{1}{(1-\varphi_1-\varphi_2-\ldots-\varphi_i-\ldots-\varphi_{n-1})^2}=0\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

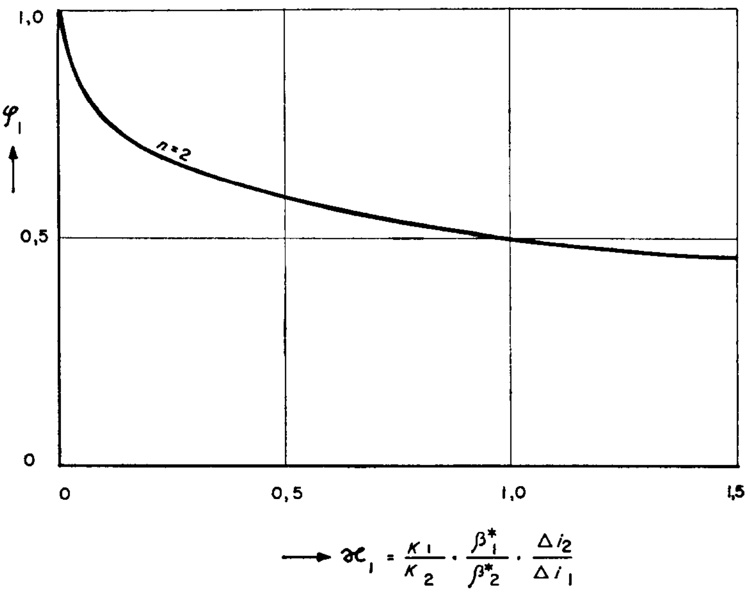

ABB. 8. Dimensionslose Oberfläche φ_1 bei zwei Kondensatoren in Funktion der Variablen κ_1.

Durch Eliminieren des zweiten Bruches aus der ersten und der i-ten Gleichung erhalten wir

$$\varphi_i = \varphi_1 \sqrt{\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_i}\right)}. \tag{24}$$

Der Ausdruck von φ_i sinngemäss, d.h. für $i = 2, 3, \ldots, (n-1)$, in die erste der Gleichungen (23) eingesetzt, gibt nach einfachen Umformungen

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{(\kappa_1)} + \left[\sqrt{\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_1}\right)} + \sqrt{\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_2}\right)} + \cdots + \sqrt{\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_{n-1}}\right)}\right]}.$$

Somit ist nach Gleichung (24)

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{(\kappa_i)}\left[1 + i\sum_{1}^{n=1}\left(\frac{1}{\sqrt{(\kappa_i)}}\right)\right]}.$$

Für $n = 2$, also zwei Kondensatoren ist

$$\varphi_1 = \frac{1}{1 + \sqrt{(\kappa_1)}}. \tag{25}$$

In Abb. 8 ist φ_1 in Funktion von κ_1 aufgetragen.

Bei Dampfturbinenkondensatoren mit einem äusserst niedrigen Wert von $\kappa_1 = 0{,}83$ gibt Gleichung (25)

$$\varphi_1 = 0{,}523 = \frac{F_1}{F}$$

d.h. dem ersten Kondensator werden 52,3 und dem zweiten die restlichen 47,7 Prozent der gesamt zur Verfügung stehenden Oberfläche F zugewiesen. Nun kann mit einer Kontrollrechnung gezeigt werden, dass zwischen einer Lösung mit zwei Kondensatoren mit gleich grosser Oberfläche und der nach dem Minimum abgestimmten Oberflächen, praktisch kein Unterschied besteht.

Alles was bisher über den Kondensationsvorgang gesagt wurde, gilt sinngemäss auch für den Verdampfungsvorgang. Es genügt, den Sinn der Temperaturskala in den Abb. 1, 2, 3, und 4 umzukehren. Höher gelegene Punkte weisen eine tiefere Temperatur auf und umgekehrt. Somit stellen die T_S-Linien in den so geänderten Abb. 1 bis 4 die Sattdampftemperaturen bei Verdampfung und die T-Kurven die Abkühlung (steigende Kurven) des

Heizmittels dar. Durch Serieschaltung wird die mittlere Siedetemperatur und somit die mittlere Enthalpie des Dampfes erhöht. Bei einer Kompressions-Kälteanlage oder einer Wärmepumpe wird somit das Wärmegefälle des Kompressors vermindert. Eine analoge Verminderung des Wärmegefälles des Kompressors geschieht bei Serieschaltung der Kondensatoren der gleichen Anlagen.

Da die Wärmegefälle bei Kompressions-Kälteanlagen viel kleiner sind als bei Dampfturbinen, ist die Anwendung der Serieschaltung des Kühlmittels und des Heizmittels, im vorliegenden Fall des zu kühlenden Stoffes, durch die Kondensatoren bezw. die Verdampfer sehr interessant. Es sei hier zum Beispiel eine Anlage zur Kühlung der Milch angegeben, die die Milch von 30°C auf 0,5°C abkühlen soll. Das Kühlwasser erwärme sich im Kondensator von 15°C auf 27°C ind die Verdampfung des Ammoniaks vollziehe sich bei −3°C. Bei zweiflutiger Führung der Verdampfung, der Kompression und der Kondensation vermindert sich das Wärmegefälle der Kompressoren um ganze 18 Prozent

LITERATUR

1. B. E. Short und H. E. Brown, Condensation of vapours on vertical banks of horizontal tubes, *Proceedings of the General discussion of heat transfer, London*, s. 27–31 (1951).
2. E. Schmidt, *Thermodynamik*, 6. *Auflage*. Springer-Verlag, Berlin (1956).

Abstract—The rate of irreversibility in heat exchange can be reduced if the coolant or the heating medium flows through the respective apparatus in series instead of parallel flow, and no change of state occurs. This effect is shown with heat exchange setups with a number of units in which the working medium obtains heat by evaporation or gives it off by condensation. The optimum distribution of heat exchanging surfaces of similar assemblies is presented. In all calculations the sum of heat exchanging areas and necessary power is kept constant. The advantage of the suggested series connection can be used with a noteworthy increase in efficiency in steam turbine-, heat pump and refrigerating-units.

Résumé—Le degré d'irréversibilité dans les échanges thermiques peut être réduit si le réfrigérant, ou le fluide chaud, passe dans des dispositifs connectés en série (au lieu d'être en parallèle) et s'il ne se produit pas de changement d'état. Cet effet intervient dans les échangeurs à plusieurs étages dans lesquels le milieu actif enlève de la chaleur par évaporation ou en cède par condensation. L'auteur donne la distribution optimum des surfaces d'échanges pour des dispositifs de ce genre. Dans tous les calculs, il considère que la somme des surfaces d'échange et la puissance nécessaire sont constantes. La connection en série proposée permet un accroissement notable du rendement dans le cas des turbines à vapeur, des pompes à chaleur et des dispositifs de réfrigération.

Аннотация—Степень необратимости в процессе теплообмена может быть снижена, если охладитель и греющая среда проходят через соответствующий аппарат в противотоке, а не в прямотоке, при этом не происходит изменения агрегатного состояния. Этот эффект показан на теплообменных установках, имеющих ряд секций, в которых рабочее тело получает тепло при испарении или отдаёт его при конденсации. Приводится оптимальное распределение теплообменных поверхностей в подобных установках. Во всех расчётах суммарная поверхность теплообмена и необходимый расход энергии берутся постоянными. Преимущество предлагаемого последовательного соединения может быть использовано для заметного повышения производительности паротурбинных и рефрижераторных установок, а также установки с тепловыми насосами.